Харківська академія неперервної освіти

Завдання для ІІ етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики

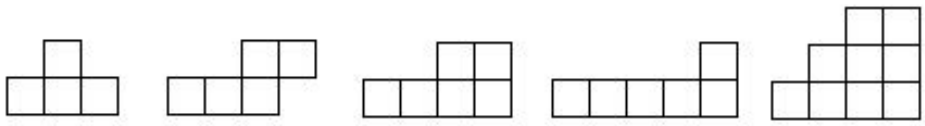
6 клас

1. Тетянці було 16 років 19 місяців тому, а Михайлику буде 19 років через 16 місяців. Хто з них молодший? Відповідь обґрунтуйте.

2. У понеділок, опівдні (12-00) годинник показував правильний час, а вже через 4 години він запізнювався на годину. У який день та в який час цей годинник уперше покаже час на годину більшій, ніж насправді? Відповідь обґрунтуйте.

3. Бурундуки Чип та Дейл повинні запасти однакову кількість горіхів на зиму. Після того, як Чип приніс 120 горіхів, а Дейл – 147, Чипу залишилось запасти горіхів у чотири рази більше, ніж Дейлу. Скільки горіхів повинні запасти Чип та Дейл разом? Відповідь обґрунтуйте.

4. Складіть квадрат, використовуючи чотири з п'яти зображених нижче фігур. Кожну з чотирьох вибраних фігур можна використовувати лише один раз. Відповідь обґрунтуйте.



Харківська академія неперервної освіти

Завдання для ІІ етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики

7 клас

1. Позначимо дві якісь цифри А і Х. Чи можливо, що шестицифрове число ХАХАХА ділиться на 7 без остачі. Відповідь обґрунтуйте.

2. Третина роти залишилась у таборі, а решта бійців поїхали на стрільби. Бійці, що залишились у таборі, з'їли на обід чверть приготовленої юшки, а ті, хто повернулись увечері, отримали порції у півтора рази більші, ніж подавали на обід. Скільки юшки залишилось для ротної собаки Найди? Відповідь обґрунтуйте.

3. Дано кут $\angle AOB=15^0$. Від променю OB відкладено $\angle BOC=50^0$, потім від променю OC відкладено $\angle COK=43^0$. Знайдіть всі випадки, чому може дорівнювати $\angle AOK$? Відповідь обґрунтуйте.

4. Кожен з чотирьох інопланетян вміє писати лише 2 букви. КРА вміє писати ○ та ▲, КРЕ – букви ◊ та ○, КРУ – букви ◊ та □, КРЮ – букви ▲ та □. Вони зіставили послання землянам ▲◊□○▲▲. Відомо, що дві будь-які сусідні букви та дві будь-які букви, що стоять через одну, написані різними інопланетянами. Чи можливо визначити, яку букву хто написав? Відповідь обґрунтуйте.

Харківська академія неперервної освіти

Завдання для ІІ етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики

8 клас

1. Відомо що, $x^2+y^2=19$, $xy=3$. Чи можливо обчислити значення виразу $x+y$? Відповідь обґрунтуйте.

2. В одному місті живуть лицарі та брехуни. Лицарі завжди говорять правду, а брехуни завжди брешуть. Лицарі носять із собою шпагу, а брехуни – ні. Зібрались якось два лицарі та два брехуни й подивились один на одного. Хто міг сказати кожну з наступних фраз:
1) «Серед нас усі лицарі».
2) «Серед вас є рівно один лицар».
3) «Серед вас є рівно два лицаря».
Відповідь обґрунтуйте.

3. Новорічна гірлянда, яка висить у шкільному коридорі, складається з червоних та синіх лампочок. Рядом із кожною червоною лампочкою обов'язково є синя. Яка найбільша кількість червоних лампочок може бути в гірлянді, якщо всього лампочок 50? Відповідь обґрунтуйте.

4. У трикутнику ABC на стороні AC відмічені точки D та E таким чином, що $AD=DE=EC$. Чи можливо, що $\angle ABD=\angle DBE=\angle EBC$? Відповідь обґрунтуйте.

Харківська академія неперервної освіти

Завдання для ІІ етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики

9 клас

1. Розв'яжіть рівняння $2\left(x+\frac{1}{x}\right)^2+\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2-\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=(x+2)^2.$

2. У гострокутному трикутнику ABC BH – висота, AM – медіана. Кут $\angle MCA$ у два рази більше, ніж кут $\angle MAC$, $BC=10$ см. Знайдіть AH. Відповідь обґрунтуйте.

3. По колу стоїть 101 коробка, у кожній з яких лежать білі та чорні кульки. На кожній коробці написано, скільки в ній білих та скільки чорних кульок. Петро хоче перекласти з кожної коробки в наступну по одній кульці (за часовою стрілкою) таким чином, щоб надписи на всіх коробках стали неправильними. Чи можливо таке зробити? Відповідь обґрунтуйте.

4. Прямокутник розділено на квадратики зі стороною 1 см. У кожному квадратику записано число (не обов'язково ціле) таким чином, що сума чисел у кожному рядку дорівнює 1, а сума чисел у кожному стовбці дорівнює 2. Чи може площа цього прямокутника дорівнювати 2022 см^2? Відповідь обґрунтуйте.

Харківська академія неперервної освіти

Завдання для ІІ етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики

10 клас

1. Відомо, що значення виразу $((x+2x)\cdot 3x-4x):5x$ не зміниться, якщо прибрати всі дужки. Чому дорівнює значення *x*? Відповідь обґрунтуйте.

2. У трикутнику *ABC* A_1, B_1 та C_1 – відповідно середини сторін *BC, AC* та *AB*. Відомо, що AA_1 та BB_1 – бісектриси кутів трикутника $A_1B_1C_1$. Знайдіть кути трикутника *ABC*. Відповідь обґрунтуйте.

3. Знайдіть найбільшу кількість різних натуральних чисел таких, що сума будь-яких трьох із них буде простим числом. Відповідь обґрунтуйте.

4. У деякому натуральному числі переставили цифри. Доведіть: якщо сума отриманого числа з початковим дорівнює 10^{2008}, то початкове число ділиться на 5. Відповідь обґрунтуйте.

Завдання для ІІ етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики

11 клас

1. Скільки коренів має квадратне рівняння $ax^2+bx+c=0$, якщо $|a+c|=|b|$, а числа *a* та *c* різні? Відповідь обґрунтуйте.

2. Ромб та рівнобічна трапеція описані навколо одного кола та мають однакові площі. Порівняйте їх гострі кути. Відповідь обґрунтуйте.

3. Сума трьох різних чисел дорівнює 6, а сума їх попарних добутків дорівнює 9. Доведіть, що ці числа додатні.

4. Послідовність чисел будується таким чином:

   Перше число дорівнює 2.

   Кожне наступне дорівнює сумі кубів цифр попереднього числа.

Василь стверджує, що серед чисел цієї послідовності завжди є 2 однакових числа, а Олена стверджує, що такого не може бути. Хто з них правий? Відповідь обґрунтуйте.